



MATHÉMATIQUES

OBJECTIFS

En proposant une étude structurée des nombres, des formes, des grandeurs et de leur mesure, le cycle 2 marque l'entrée véritable des élèves dans l'univers des mathématiques. La compréhension des nombres, notamment de leur écriture chiffrée (numération décimale), et le calcul mental sous toutes ses formes (résultats mémorisés, calcul réfléchi) constituent des objectifs prioritaires. La maîtrise des relations spatiales est confortée en même temps que sont précisées quelques propriétés géométriques qui permettent d'aller au-delà de la simple reconnaissance perceptive des objets. Le travail sur les grandeurs se trouve enrichi par la possibilité d'exprimer la mesure à l'aide des nombres. La connaissance de la monnaie (en euros) est assurée par son utilisation dans les activités relatives à la numération et au calcul.

L'ensemble de ces apprentissages prend appui sur les expériences conduites à l'école maternelle et sur les acquis auxquels elles ont donné lieu.

Élaborées comme réponses efficaces à des problèmes, les premières notions mathématiques sont identifiées, puis étudiées dans le but d'être utilisables pour résoudre de nouveaux problèmes.

Dès le cycle 2, les élèves doivent prendre conscience du fait que résoudre un problème ne revient pas à trouver, tout de suite, les calculs à effectuer pour répondre à la question posée. Une élaboration est, en général, nécessaire, faite d'étapes ou

d'essais plus ou moins organisés. Un même problème, suivant le moment où on le propose, suivant les connaissances des élèves à qui on le destine et suivant la gestion qui en est faite, peut être résolu par élaboration de procédures personnelles ou, plus tard, par reconnaissance et utilisation d'une procédure experte appropriée. Dans certains cas, la résolution des problèmes est organisée par l'enseignant pour, à partir des solutions personnelles élaborées par les élèves, déboucher sur une nouvelle connaissance (notion ou procédure).

L'entraînement, nécessaire pour fixer certains savoir-faire essentiels et les rendre plus facilement disponibles, ne doit pas occulter la phase, parfois longue, au cours de laquelle les connaissances sont élaborées par les élèves, puis progressivement précisées et structurées. Afin d'éviter les difficultés rencontrées par les élèves du cycle 2 pour se représenter des situations décrites dans un texte, les questions peuvent être posées dans le cadre de jeux ou d'expériences effectivement réalisées avec des objets. Les exercices sur fiches ne doivent pas se substituer à ce travail primordial avec du matériel. Il convient cependant de garder à l'esprit que ce n'est pas la manipulation elle-même qui constitue l'activité mathématique, mais les questions qu'elle suggère et l'activité intellectuelle que doivent développer les élèves pour y répondre lorsque le matériel n'est plus disponible. Dans cet esprit, on privilégie les problèmes où les élèves sont placés en situation d'anticiper une réponse qu'ils pourront ensuite vérifier expérimentalement.

Les capacités à chercher, abstraire, raisonner et expliquer se développent aussi bien dans les moments de travail individuel ou en petits groupes que dans les phases d'échange et de confrontation qui permettent de mettre en valeur la diversité des méthodes utilisées pour résoudre un même problème.

Le travail de recherche sur des situations réelles et la réflexion collective à laquelle il donne lieu imposent un usage privilégié de la langue orale. Au cycle 2, l'usage des mots précède celui des symboles mathématiques : ils sont à la fois plus proches du langage des élèves et plus à même d'exprimer le sens des notions. La mise en place nécessaire d'un langage élaboré et du symbolisme conventionnel, spécifique aux mathématiques,

doit être réalisée avec prudence, à mesure qu'elle prend sens pour les élèves dont elle ne doit pas freiner l'expression spontanée. L'appui sur l'écriture est évidemment indispensable, en particulier dans les phases de recherche. Au cycle 2, les écrits de recherche servent également souvent de support aux échanges collectifs au cours desquels les élèves trouvent une occasion de s'initier à l'argumentation et à ses exigences (écoute des autres, contrôle par autrui de ce qui est avancé, recours à une expérience pour trancher entre deux propositions...). En fin de cycle, la rédaction de textes plus élaborés rendant compte de la démarche de résolution fait l'objet d'un travail collectif.

L'évaluation des progrès des élèves et de leurs difficultés ne se limite pas aux bilans réalisés au terme d'une période d'apprentissage. Outil de régulation du processus d'enseignement, elle est, au contraire, intégrée aux dispositifs d'enseignement, à travers la prise d'indices sur les productions des élèves et l'analyse de leurs erreurs.

Le document d'application précise et développe, pour chaque contenu, les compétences élaborées au cours du cycle, apporte un éclairage sur les modalités d'apprentissage et donne des pistes d'activités pédagogiques. Il constitue un complément indispensable pour la mise en œuvre du présent programme.

PROGRAMME

■ EXPLOITATION DE DONNÉES NUMÉRIQUES ■

Au cycle 2, les élèves acquièrent le sens des nombres et des opérations à travers la résolution de quelques grandes catégories de problèmes :

- exprimer et garder en mémoire une quantité, une position dans une liste rangée, le résultat d'un mesurage,
- comparer des quantités ou des grandeurs, notamment lorsque les collections ou les objets sont matériellement éloignés l'un de l'autre,

– prévoir quel sera le résultat d’actions sur des quantités, des positions ou des grandeurs (augmentation, diminution, réunion, partage, déplacement...).

Ces problèmes peuvent porter sur des quantités d’objets, sur des positions, puis sur des longueurs ou des masses. Ils peuvent être résolus par l’élaboration de procédures personnelles, et, pour certains d’entre eux (précisés dans la liste des compétences devant être acquises en fin de cycle), par le recours à des procédures expertes.

Les procédures personnelles que les élèves peuvent utiliser pour résoudre un problème sont extrêmement variées : elles peuvent s’appuyer sur un dessin ou un schéma imaginé par l’élève, utiliser le dénombrement, le comptage en avant ou en arrière, des essais additifs, soustractifs ou multiplicatifs... L’utilisation du calcul réfléchi (mental ou aidé d’un écrit) est ici privilégiée. Dans certains problèmes, l’utilisation de calculatrices permet aux élèves d’avoir recours à des calculs qu’ils ne pourraient pas mener à bien sans cela.

Au cours du cycle, les élèves recourent de plus en plus fréquemment à des procédures expertes pour résoudre certains problèmes. La reconnaissance des opérations appropriées (addition, soustraction, multiplication) devient alors plus rapide. Auparavant, la plupart de ces problèmes ont été résolus par des procédures personnelles, avant même que les écritures du type $a + b$, $a - b$ et $a \times b$ n’aient été introduites. Au cours de cette première étape, le langage oral et les termes du langage courant (« et », « fois »...) sont largement utilisés pour décrire les calculs effectués.

Concernant l’addition et la soustraction, il est souhaitable que les écritures $a + b$ et $a - b$ soient, dès le départ, travaillées simultanément pour éviter que l’écriture $a + b$ ne soit utilisée de façon automatique, car étant la seule disponible.

■ CONNAISSANCE DES NOMBRES ENTIERS NATURELS ■

Avant d’arriver au cycle 2, les élèves ont déjà acquis certaines compétences dans l’utilisation des nombres. Celles-ci

doivent être prises en compte et stabilisées : maîtrise de la comptine orale, utilisation du dénombrement, mise en relation des nombres dits et de leur écriture chiffrée.

Sur la base des acquis de l'école maternelle, dès le début du cycle 2, les activités peuvent se situer dans un domaine numérique relativement étendu (jusqu'à vingt ou trente), sans que cela nécessite une maîtrise complète des écritures chiffrées. Dans une première étape, les élèves prennent conscience du fait que les nombres permettent de résoudre certains problèmes (voir rubrique précédente). Puis, progressivement, ils construisent leurs premières connaissances relatives à la numération décimale dont une bonne maîtrise est décisive pour l'apprentissage du calcul. La capacité à connaître la valeur d'un chiffre en fonction de sa position dans l'écriture d'un nombre constitue un objectif essentiel. Le vocabulaire (dizaine, centaine) est toujours explicité par des expressions du type « paquet de dix, paquet de cent », plus accessibles aux élèves.

Une première structuration du domaine numérique doit être construite au cycle 2. D'une part, les élèves construisent leurs premières connaissances sur la comparaison des nombres, en appui à la fois sur leur aspect cardinal (4 c'est moins que 7) et sur leur aspect ordinal (4 est situé avant 7 dans la suite des nombres). D'autre part, ils élaborent les premières relations additives et multiplicatives entre des nombres d'usage courant, au travers des activités de calcul mental.

Le recours à la monnaie (en euros) comme support d'activités, notamment pour la pratique d'échanges, favorise à la fois un travail sur la compréhension de la numération et la connaissance des pièces et billets en usage.

Les connaissances sur les nombres entiers naturels (inférieurs à mille) concernent :

- le dénombrement des éléments d'une collection, en particulier par recours à des groupements ou des échanges par dizaines ou par centaines,
- la numération décimale : valeur des chiffres en fonction de leur position, suite des nombres,
- la mise en relation des désignations écrites (en chiffres et en lettres) et parlées des nombres,

- l'ordre sur les nombres : comparaison, rangement,
- les relations arithmétiques entre les nombres : doubles et moitiés de nombres d'usage courant...

■ CALCUL ■

La diffusion massive, et maintenant banalisée, de nouveaux outils de calcul conduit à repenser, dès le cycle 2, la place accordée aux différents moyens de calcul et les objectifs assignés à leur enseignement. Le calcul mental (mémorisation de résultats, calcul réfléchi) constitue l'enjeu principal. Les techniques opératoires usuelles ne sont pas abandonnées, mais leur mise en place est envisagée lorsque les élèves disposent des connaissances qui permettent d'en comprendre le fonctionnement. Pour certaines activités, les calculatrices sont également mises à disposition des élèves. Elles sont utilisées comme moyen de calcul, en particulier dans le cadre de la résolution de problèmes, par exemple lorsque l'élève a déterminé les calculs nécessaires, mais n'est pas capable de les exécuter assez rapidement et avec une bonne fiabilité, et qu'il risque donc de perdre le fil de sa réflexion.

C'est au cycle 2 que les élèves élaborent les bases du calcul mental, en particulier dans le domaine additif. Les compétences correspondantes doivent donc être développées en priorité, notamment à travers le calcul réfléchi. L'appropriation progressive de résultats mémorisés et l'élaboration de procédures s'appuient souvent en ce domaine sur les caractéristiques des désignations orales des nombres, ce qui implique qu'on ne s'en tienne pas aux seuls exercices écrits. Les procédures utilisées doivent être explicitées et faire l'objet d'échanges entre les élèves. C'est l'occasion d'insister sur la diversité des procédures utilisables pour traiter un même calcul.

La mémorisation ou la reconstruction très rapide des résultats des tables d'addition (de 1 à 9) et leur utilisation pour fournir des compléments et des différences nécessitent un long apprentissage qui n'est d'ailleurs pas toujours terminé à la fin du cycle 2. Pour cet apprentissage, l'entraînement et la répétition, pour indispensables qu'ils soient, ne suffisent pas. Par

ailleurs, si un résultat a été oublié, il doit pouvoir être reconstruit. Dans cette perspective, au départ, la plupart des résultats sont élaborés par les élèves, en s'appuyant sur le sens de l'addition et de la soustraction, puis, de plus en plus fréquemment, sur des résultats connus. La mise en place de « points d'appui » constitue un objectif important : utilisation des doubles, de la commutativité de l'addition (« $3 + 8$ c'est comme $8 + 3$ »), des compléments à 10... Des compétences bien assurées dans ce domaine constituent un atout essentiel, aussi bien pour une bonne structuration du domaine numérique que pour libérer la réflexion de l'élève lors des résolutions de problèmes.

Dès le cycle 2, les élèves sont confrontés à des calculs additifs, soustractifs ou multiplicatifs. Dans un premier temps, ceux-ci sont traités par des procédures de calcul réfléchi, élaborées par les élèves qui utilisent leurs connaissances en numération et en calcul mental et donc sans imposer de méthode particulière. Seule la technique opératoire de l'addition (posée en colonnes) est exigée à la fin du cycle 2.

Le contexte de la monnaie est favorable à l'entraînement du calcul sur des nombres comme 1, 2, 5, 10, 20, 50 et 100.

Les connaissances dans le domaine du calcul concernent :

- les tables d'addition : construction, utilisation, mémorisation,
- les compléments à la dizaine immédiatement supérieure,
- les tables de multiplication : construction, utilisation, début de mémorisation ; multiplication par dix,
- la technique opératoire de l'addition,
- le calcul réfléchi : organisation et traitement de calculs additifs, soustractifs et multiplicatifs, mentalement ou avec l'aide de l'écrit,
- l'utilisation de calculatrices.

■ ESPACE ET GÉOMÉTRIE ■

La structuration de l'espace, amorcée à l'école maternelle, doit être développée tout au long de la scolarité. Elle doit retenir toute l'attention des enseignants du cycle 2 et constituer un objet de préoccupation permanent en liaison avec d'autres disciplines comme l'EPS ou la géographie.

Au cycle 2, dans la plupart des problèmes de géométrie, les élèves appréhendent d'abord des propriétés de façon perceptive, puis sont amenés à utiliser des instruments pour vérifier les hypothèses émises. Par exemple, pour tracer un carré en choisissant quatre points parmi un ensemble de points donnés, les élèves, au début du cycle, tracent simplement ce qu'ils pensent être un carré, alors qu'en fin de cycle ils vérifient, avec les outils appropriés, que le tracé satisfait aux propriétés du carré (par exemple : longueur des côtés et angles droits). Il s'agit de relier peu à peu des propriétés, un vocabulaire spécifique et l'utilisation d'instruments. L'essentiel du travail consiste à aider les élèves à identifier des propriétés au travers de la résolution de problèmes portant sur des objets réels, des solides, des figures simples ou des assemblages de solides ou de figures : activités de reproduction, de classement, « jeux du portrait ». Leur mise en évidence suppose l'utilisation de techniques variées (utilisation du papier calque, pliage, découpage...) et une familiarisation avec quelques instruments (règle, gabarit d'angle droit, gabarit pour reporter une longueur, gabarits de carrés, de rectangles...). L'observation passive de figures ou l'apprentissage de définitions ne peuvent pas se substituer à ce travail nécessaire.

Les connaissances relatives à l'espace et à la géométrie concernent :

- les positions relatives d'objets (par rapport à soi, à autrui, ou d'objets entre eux), la description de déplacements,
- l'utilisation de maquettes et de plans,
- le repérage de cases ou de nœuds sur un quadrillage,
- les relations et propriétés géométriques : alignement, angle droit, axe de symétrie, égalité de longueurs,
- l'utilisation d'instruments (gabarits de longueurs, d'angle droit, règle) et de techniques (pliage, calque, papier quadrillé),
- les solides (cube, pavé droit) : reconnaissance, reproduction, description,
- les figures planes (triangle, carré, rectangle, cercle) : reconnaissance, reproduction, description,

- le vocabulaire relatif aux positions relatives dans l'espace et aux propriétés des solides et des figures planes.

■ GRANDEURS ET MESURE ■

Au cycle 2, sur la base des premières expériences fournies par l'école maternelle, les élèves étudient les notions de longueur et de masse. Ils commencent à appréhender la notion de volume par le biais de la contenance de certains récipients. Ils apprennent à repérer le temps et commencent à distinguer dates et durées, grâce aux calendriers et aux montres.

Les concepts de grandeur et de mesure prennent du sens à travers des problèmes liés à des situations vécues par les enfants : comparaison directe ou indirecte d'objets (relativement à une grandeur : longueur, masse, contenance), mesurage à l'aide d'un étalon. C'est l'occasion de renforcer et de relier entre elles les connaissances numériques et géométriques, ainsi que celles acquises dans le domaine « Découvrir le monde ».

Les objets mesurés doivent être de nature et de dimensions variées, le choix de l'instrument approprié constituant un objectif important. Les instruments utilisés peuvent être soit « inventés » pour répondre aux problèmes posés (par exemple, recours à la ficelle pour obtenir la longueur d'un objet courbe...), soit être des instruments usuels : mètre ruban ou mètre de couturière, double décimètre, balance et masses marquées.

Les connaissances relatives aux grandeurs et à leur mesure concernent :

- l'identification de quelques grandeurs (longueur, masse, contenance, durée) : comparaison d'objets,
- la mesure de ces grandeurs et l'utilisation d'instruments : règles graduées, balance Roberval ou à lecture directe, calendrier, horloge, etc.,
- les unités usuelles (m et cm, g et kg, l, h et mn), le choix de l'unité la plus adaptée pour effectuer un mesurage.

MATHÉMATIQUES

COMPÉTENCES DEVANT ÊTRE ACQUISES EN FIN DE CYCLE

On trouvera dans le document d'application (*NDE : voir p. 281*) une version plus détaillée et commentée des compétences énumérées ici.

Des compétences générales sont à l'œuvre dans l'ensemble des activités mathématiques et doivent être acquises en fin de cycle :

- s'engager dans une procédure personnelle de résolution et la mener à son terme,
- rendre compte oralement de la démarche utilisée, en s'appuyant éventuellement sur sa « feuille de recherche »,
- admettre qu'il existe d'autres procédures que celle qu'on a soimême élaborée et essayer de les comprendre,
- rédiger une réponse à la question posée,
- identifier des erreurs dans une solution.

Exploitation de données numériques

■ Problèmes résolus en utilisant une procédure experte

- utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités ou pour réaliser une quantité égale à une quantité donnée,
- utiliser les nombres pour exprimer la position d'un objet dans une liste ou pour comparer des positions,
- déterminer, par addition ou soustraction, le résultat d'une augmentation, d'une diminution ou de la réunion de deux quantités,
- déterminer, par addition ou soustraction, la position atteinte sur une ligne graduée à la suite d'un déplacement en avant ou en arrière,
- déterminer, par multiplication, le résultat de la réunion de plusieurs quantités ou valeurs identiques.

■ Problèmes résolus en utilisant une procédure personnelle

- dans des situations où une quantité (ou une valeur) subit une augmentation ou une diminution, déterminer la quantité (ou la valeur) initiale, ou trouver la valeur de l'augmentation ou de la diminution,
- déterminer une position initiale sur une ligne graduée, avant la réalisation d'un déplacement (en avant ou en arrière) pour atteindre une position donnée ou déterminer la valeur du déplacement,

- dans des situations où deux quantités (ou valeurs) sont réunies, déterminer l'une des quantités (ou l'une des valeurs),
- dans des situations où deux quantités (ou deux valeurs) sont comparées, déterminer l'une des quantités (ou l'une des valeurs) ou le résultat de la comparaison,
- dans des situations de partage ou de distribution équitables, déterminer le nombre total d'objets, le montant de chaque part ou le nombre de parts,
- dans des situations où des objets sont organisés en rangées régulières, déterminer le nombre total d'objets, le nombre d'objets par rangées ou le nombre de rangées,
- dans des situations où plusieurs quantités (ou valeurs) identiques sont réunies, déterminer la quantité (ou la valeur) totale, l'une des quantités (ou des valeurs) ou le nombre de quantités (ou de valeurs).

Connaissance des nombres entiers naturels

■ Désignations orales et écrites des nombres entiers naturels (inférieurs à 1 000)

- dénombrer et réaliser des quantités en utilisant le comptage un à un ou des groupements et des échanges par dizaines et centaines,
- comprendre et déterminer la valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture décimale d'un nombre,
- produire des suites orales et écrites de nombres de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100 (en avant et en arrière, à partir de n'importe quel nombre), en particulier citer le nombre qui suit ou qui précède un nombre donné,
- associer les désignations chiffrées et orales des nombres.

■ Ordre sur les nombres entiers naturels

- comparer, ranger, encadrer des nombres (en particulier entre deux dizaines consécutives ou entre deux centaines consécutives),
- situer des nombres (ou repérer une position par un nombre) sur une ligne graduée de 1 en 1, 10 en 10, 100 en 100.

■ Relations arithmétiques entre les nombres entiers naturels

- connaître les doubles et moitiés de nombres d'usage courant : doubles des nombres inférieurs à 10, des dizaines entières inférieures à 100, moitié de 2, 4, 6, 8, 10, 20, 40, 60, 80,
- connaître et utiliser les relations entre nombres d'usage

Suite ►

courant : entre 5 et 10 ; entre 25 et 50 ; entre 50 et 100 ; entre 15 et 30, entre 30 et 60 ; entre 12 et 24.

Calcul

■ Calcul automatisé

- connaître ou reconstruire très rapidement les résultats des tables d'addition (de 1 à 9) et les utiliser pour calculer une somme, une différence, un complément, ou décomposer un nombre sous forme de somme,
- trouver rapidement le complément d'un nombre à la dizaine immédiatement supérieure,
- connaître et utiliser les tables de multiplication par deux et cinq, savoir multiplier par dix,
- calculer des sommes en ligne ou par addition posée en colonne.

■ Calcul réfléchi

- organiser et traiter des calculs additifs, soustractifs et multiplicatifs sur les nombres entiers,
- résoudre mentalement des problèmes à données numériques simples.

■ Calcul instrumenté

- utiliser à bon escient une calculatrice (en particulier pour obtenir un résultat lorsqu'on ne dispose pas d'une méthode de calcul efficace).

Espace et géométrie

■ Repérage, orientation

- connaître et utiliser le vocabulaire lié aux positions relatives d'objets ou à la description de déplacements (devant, derrière, entre, à gauche de, à droite de, sur, sous, dessus, dessous, au-dessus de, en dessous de),
- situer un objet, une personne par rapport à soi ou par rapport à une autre personne ou à un autre objet,
- situer des objets d'un espace réel sur une maquette ou un plan, et inversement situer dans l'espace réel des objets placés sur une maquette ou un plan,
- repérer et coder des cases et des nœuds sur un quadrillage.

■ **Relations et propriétés : alignement, angle droit, axe de symétrie, égalité de longueurs**

- percevoir ces relations sur un objet, un ensemble d'objets, ou sur un dessin pour le reproduire ou le décrire,
- vérifier ces relations ou réaliser des tracés en utilisant des instruments (gabarits de longueurs ou d'angle droit, règle) et des techniques (pliage, calque, papier quadrillé),
- utiliser le vocabulaire : aligné, angle droit.

■ **Solides : cube, pavé droit**

- distinguer ces solides, de manière perceptive, parmi d'autres solides,
- utiliser le vocabulaire approprié : cube, pavé droit, face, arête, sommet.

■ **Figures planes : triangle, carré, rectangle, cercle**

- distinguer ces figures, de manière perceptive, parmi d'autres figures planes,
- vérifier si une figure est un carré ou un rectangle en ayant recours aux propriétés (longueurs des côtés et angles droits) et en utilisant les instruments,
- utiliser le vocabulaire approprié : carré, rectangle, triangle, cercle, côté, sommet, angle droit,
- reproduire ou compléter une figure sur papier quadrillé,
- vérifier si deux figures sont superposables à l'aide de techniques simples (superposition effective, calque).

Grandeurs et mesure

■ **Longueurs et masses**

- comparer des objets selon leur longueur ou leur masse par un procédé direct ou indirect,
- utiliser une règle graduée en cm pour mesurer ou pour construire un segment ou une ligne brisée,
- utiliser le mètre ruban ou le mètre de couturière dans une activité de mesurage,
- utiliser une balance Roberval ou à lecture directe pour comparer des masses, effectuer des pesées simples, ou pour obtenir des objets de masses données,
- choisir l'unité appropriée pour exprimer le résultat d'un mesurage (cm ou m pour une longueur, kg ou g pour une masse),

Suite ►

- connaître les unités usuelles et les relations qui les lient : cm et m, kg et g.

■ **Volumes (contenances)**

- comparer la contenance de deux récipients en utilisant un récipient étalon,
- connaître l'unité usuelle : litre (l).

■ **Repérage du temps**

- connaître les jours de la semaine et les mois de l'année et lire l'information apportée par un calendrier,
- connaître la relation entre heure et minute,
- utiliser un calendrier, un sablier ou un chronomètre pour comparer ou déterminer des durées,
- choisir les unités appropriées pour exprimer le résultat d'un mesurage de durée (jour, heure, minute, seconde).