

**CONCOURS EXTERNE DE RECRUTEMENT
DE PROFESSEURS DES ECOLES
SESSION 2000**

EPREUVE D'ADMISSIBILITE

MATHEMATIQUES

DUREE 3 HEURES

Coefficient : 4

Note éliminatoire : 5/20

La calculatrice est autorisée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des explications interviendront dans l'appréciation des copies.

Le sujet que vous avez à traiter comporte 9 pages, numérotées de 1 à 9.

Assurez-vous que cet exemplaire est complet ; dans le cas contraire, demandez un nouvel exemplaire au responsable de la salle.

L'épreuve doit être traitée sur les feuilles de copie qui vous sont fournies.

Votre identité ne doit figurer que sur la partie supérieure de la bande en-tête des copies mises à votre disposition. Toute mention d'identité portée sur toute autre partie que vous remettrez en fin d'épreuve entraînera l'annulation de celles-ci.

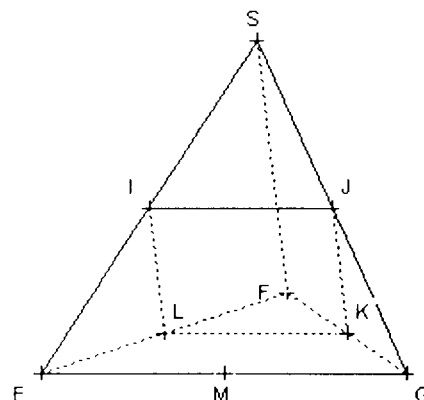
♦ **Première épreuve (8 points)**

Exercice 1 (4 points)

On considère une pyramide SEFG

Les points I, J, K, L et M sont les milieux respectifs de [SE], [SG], [GF], [EF] et [EG].

- a) Prouver que : - (IL) // (JK),
- IJKL est un parallélogramme.
- b) On suppose, seulement dans cette question, que $SF = EG$.
Quelle est la nature de IJKL ?
- c) On suppose, seulement dans cette question, que (SF) est orthogonale au plan (EFG).
Démontrer que IJKL est un rectangle.



- d) Quelle condition suffit-il d'imposer au triangle SEG pour que le quadrilatère SIMJ soit un losange ?
- e) Quelle condition suffit-il d'imposer au triangle SEG pour que le quadrilatère SIMJ soit un rectangle ?
- f) Dessiner le patron d'une pyramide SEFG telle que SIMJ soit un carré et IJKL un rectangle.

Exercice 2 (2 points)

Le service des espaces verts veut border un espace rectangulaire de 924 m de long sur 728 m de large à l'aide d'arbustes régulièrement espacés. Un arbuste sera planté à chaque angle du terrain.

La distance entre deux arbustes doit être un nombre entier de mètres.

- 1 - Déterminer toutes les valeurs possibles de la distance entre deux arbustes.
- 2 - Déterminer, dans chaque cas, le nombre d'arbustes nécessaires à la plantation.

Exercice 3 (2 points)

Les lettres a et a' représentent des nombres entiers naturels.

Dans la division euclidienne de a par 11, le reste est r .

Dans la division euclidienne de a' par 11, le reste est r .

Déterminer le reste :

- a) dans la division euclidienne de $a + a'$ par 11,
- b) dans la division euclidienne de $3a$ par 11.

Deuxième épreuve (4 points)

Analyse de travaux d'élèves d'une classe de CE2, travail de groupes (A, B, C, D), début d'année scolaire.

(Les productions des groupes A, B, C, D figurent en annexe 1, pages 5, 6, 7 et 8.)

Situation problème proposée aux élèves :

Thimothée et Flora ont chacun un lot d'images, mais Flora a 11 images de plus que Thimothée. Ils comptent leurs images et constatent qu'ils ont 73 images à eux deux. Combien chaque enfant a-t-il d'images ?

- 1) Citez au moins une difficulté que pose cet énoncé à un élève de début de cycle III ?

- 2) Analysez les réponses apportées au problème par chacun des groupes A, B, C et D (annexe 1 pages 5, 6, 7 et 8) : vous décrierez les procédures utilisées en analysant les erreurs lorsque cela est possible.

- 3) Indiquez une procédure valide qui pourrait être proposée par un élève de fin de cycle III.

Se référer à l'annexe 2 (page 9) : extrait du manuel « Pour comprendre les mathématiques » CM1 de chez Hachette.

1 – On s'intéresse à l'ensemble de l'extrait.

- a) Quel est le contenu mathématique sous-jacent ?
- b) Quels sont les objectifs visés ?

2 – On s'intéresse à la « piste de recherche » : « En avant la musique ».

- a) Quelle est la part de l'activité de l'élève ?
- b) Analyser les trois procédures respectivement attribuées à Cyril, Dorothee et Eric. Sont-ce des procédures que des élèves de CM1 confrontés au problème proposeraient spontanément ?
- c) Pourrait-on, à partir de la même situation de départ (animateur de chorale cherchant à constituer des groupes), envisager une autre démarche pédagogique ?

3 – On s'intéresse aux « Applications » (numéros ❶, ❷ et ❸).

- a) Quelle évolution du niveau de difficulté peut-on observer entre l'application ❶ et l'application ❷ ?
- b) L'application ❸ présente-t-elle une difficulté particulière pour un élève de CM1 ? Si oui, laquelle ?

4 – On s'intéresse à de possibles prolongements.

- a) Proposer un exercice ou problème qui aiderait les enfants à prendre conscience des valeurs possibles pour le reste lors d'une division euclidienne.
- b) Proposer un exercice ou problème qui permette de vérifier jusqu'à quel point les élèves ont compris l'égalité de la division.
- c) Si une trace écrite (cahier du jour, affiche, ...) devait résumer ce qui a été établi en travaillant la piste de recherche, les applications et des exercices, que pourrait-on proposer ?

Problème

① Flora a 42 images et Chantal a 31 images.

$$\begin{array}{r} 32 \\ + 11 \\ \hline 43 \end{array} \quad \begin{array}{r} 43 \\ + 32 \\ \hline 75 \end{array}$$

73

$$\begin{array}{r} 42 \\ + 31 \\ \hline \end{array}$$

73

$$\begin{array}{r} 30 \\ + 11 \\ \hline 41 \end{array} \quad \begin{array}{r} 41 \\ + 30 \\ \hline 71 \end{array}$$

31

$$\begin{array}{r} 31 \\ + 11 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ + 11 \\ \hline 42 \end{array} \quad \begin{array}{r} 31 \\ 42 \\ \hline 73 \end{array}$$

Nous avons fait un calcul : Bastien a trouvé plusieurs solutions avant de trouver la bonne réponse!

Production du groupe B



10
10
10
5
1



10
10
10
5
1

~~73
11
84~~

73
-11

62
-11

51
~~73~~

~~10 10 10
10 10 10
5 5
1 7~~

FLORA



<u>10</u>	
10	10
10	10
10	10
¹¹	10
₂	
<hr/>	10
43	10
	10
	10
	10
	1 ¹¹
	2
	<hr/>
	73

THIMOTHÉE



<u>10</u>
10
10
10
<hr/>
30



$$\begin{array}{r} 10 \\ 5 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ \hline 32 \\ 31 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \\ 5 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ \hline 11 \\ 43 \\ 42 \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 32 \\ + 43 \\ \hline 75 \end{array}$$~~

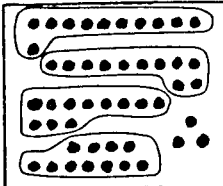
$$\begin{array}{r} 31 \\ + 42 \\ \hline 73 \end{array}$$

En avant la musique !

1. Pour diriger les répétitions de chant, l'animateur de la chorale décide de répartir les 47 enfants en groupes de 11 chanteurs. Les enfants restants recevront un tambourin pour marquer le rythme.

Cyril, Dorothée et Éric ont cherché combien de groupes on peut former.

Cyril



4 groupes et 3 joueurs de tambourin

Dorothée

$$\begin{aligned} 47 - 11 &= 36 & 1 \text{ gr.} \\ 36 - 11 &= 25 & 2 \text{ gr.} \\ 25 - 11 &= 14 & 3 \text{ gr.} \\ 14 - 11 &= 3 & 4 \text{ gr.} \end{aligned}$$

4 groupes de 11 chanteurs et il reste 3 joueurs de tambourin.

Éric

$$\begin{aligned} 1 \times 11 &= 11 \\ 2 \times 11 &= 22 \\ 3 \times 11 &= 33 \\ 4 \times 11 &= 44 \\ 5 \times 11 &= 55 & 55 > 47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 47 - 44 &= 3 \\ 47 &= (11 \times 4) + 3 \end{aligned}$$


Avec 47 chanteurs, on peut former 4 groupes de 11 chanteurs, et il reste 3 enfants au tambourin. Quand on divise 47 par 11, le quotient est 4, le reste est 3.

$$47 = (11 \times 4) + 3$$

\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow
 dividende diviseur quotient reste

2. Deux nouveaux enfants s'inscrivent à la chorale.

Combien de groupes peut-on former ? Combien d'enfants recevront un tambourin ?

3. Le jour suivant, les 49 enfants de la chorale répètent un autre chant. L'animateur décide de les répartir en groupes de 15.

Combien de groupes peut-il former ? Combien d'enfants auront un tambourin ?

- 1** La station-service d'un centre commercial offre des points en échange d'un plein d'essence. 6 points permettent d'obtenir une tasse. Combien de tasses obtient-on avec 50 points ?

- 2** Combien peut-il y avoir de semaines entières dans un mois de 31 jours ? Écris la réponse sur ton cahier sous la forme d'une égalité :

$$31 = (7 \times \dots) + \dots$$

- 3** Un jeu de 52 cartes comprend le même nombre de piques, de cœurs, de carreaux et de trèfles. Combien y a-t-il de cartes de chaque sorte ? Écris cette répartition sous la forme d'une égalité :

$$52 = (4 \times \dots) + \dots$$

