

# CONCOURS EXTERNE DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Session 2003

## ÉPREUVE D'ADMISSIBILITÉ

### MATHÉMATIQUES

**Durée : 3 heures**

**Coefficient : 4**

**Note éliminatoire : 5/20**

*La calculatrice est autorisée.*

*La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des explications interviendront dans l'appréciation des copies. Toutes les réponses devront être justifiées.*

*Le sujet que vous avez à traiter comporte 13 pages, numérotées de 1/13 à 13/13.*

*Assurez-vous que cet exemplaire est complet ; dans le cas contraire, demandez un nouvel exemplaire au responsable de la salle.*

*L'épreuve doit être traitée sur les feuilles de copies qui vous sont fournies.*

*Votre identité ne doit figurer que sur la partie supérieure de la bande en tête des copies mises à votre disposition. Toute mention d'identité portée sur toute autre partie que vous remettrez en fin d'épreuve entraînera l'annulation de celle-ci.*

# PREMIER VOLET

## Première épreuve

### Exercice 1

On considère une droite  $(d)$ , un point  $B$  appartenant à la droite  $(d)$  et un point  $A$  extérieur à la droite  $(d)$ .

1.

a) Construire le point  $C$  tel que la droite  $(d)$  soit un axe de symétrie du triangle  $ABC$ .

b) On peut effectuer cette construction à la règle non graduée et au compas sur papier blanc. Décrire et justifier cette construction.

2. Construire le point  $E$ , symétrique du point  $A$  par rapport au point  $B$ .

3. Quelle est la nature du triangle  $ACE$  ?

4. Quelle est la nature du triangle  $BEC$  ?

### Exercice 2

Les recensements de la population des villes  $A, B, C, D$ , en 1990 et en 1999 étaient les suivants :

	1990	1999
VILLE A	56 800	
VILLE B		82 845
VILLE C	48 200	49 650
VILLE D	71 090	73 150

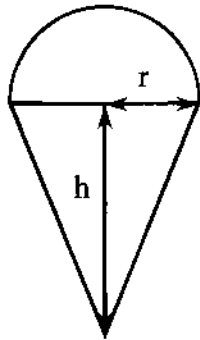
a) De 1990 à 1999, la population de la ville  $A$  a diminué de 2 %. Quel était le nombre d'habitants en 1999 ?

b) De 1990 à 1999, la population de la ville  $B$  a augmenté de 5 %. Combien comptait-elle d'habitants en 1990 ?

c) Le pourcentage d'augmentation entre ces deux années de la population de la ville  $C$  est-il supérieur à celui de la ville  $D$  ? Pourquoi ?

### Exercice 3

Un bureau d'études a réalisé un prototype de cornet à glace qui a la forme d'un cône de révolution. Ses dimensions répondent à la contrainte suivante : lorsque le cornet est complètement rempli de glace et surmonté d'une demi-boule de diamètre 4 cm, le volume de glace du cône rempli à ras, doit être égal à celui de la demi-boule qui le surmonte.



1. Quelle est, en cm, la hauteur  $h$  du cône ?

On rappelle les formules de volume :

$$\text{Volume du cône : } \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{Volume de la boule : } \frac{4}{3} \pi r^3$$

2. Lors d'une deuxième étude, en gardant **la même forme du cône** (le même angle du cône) on décide de doubler sa hauteur.
- Combien ce nouveau cône rempli à ras peut-il contenir d'équivalents de boules de 4 cm de diamètre ? (le terme *équivalent* signifie que tout le volume est occupé par de la glace).
  - Le calcul du nombre d'équivalents de boules de 4 cm de diamètre que pourrait contenir un cône en fonction de sa hauteur relève-t-il d'une situation de proportionnalité ?
  - Le nouveau cornet vérifie-t-il la même contrainte que le premier, à savoir : égalité du volume du cône et du volume de la demi-boule qui le surmonte ?
3. On appelle "*cône idéal*" tout cône de révolution dont le volume intérieur est égal au volume de la demi-boule qui peut le surmonter comme dans la question 1.  
Un cône obtenu par réduction ou agrandissement de la hauteur d'un "*cône idéal*" est-il encore un "*cône idéal*" ?

## Deuxième épreuve

### Annexes 1, 2, 3 et 4 : productions d'élèves

#### LES TRAVAUX INDIVIDUELS

On considère quatre travaux individuels produits par quatre élèves *A, B, C, D* lors de l'évaluation nationale CE2 au début de l'année scolaire 1996-1997. Ces productions figurent en annexes 1, 2, 3 et 4 et permettent de repérer différentes réponses.

Voici les consignes données par le maître :

- « Pour organiser un jeu, le maître demande à ses 23 élèves de faire des équipes de 4 ».*
- « Combien y aura-t-il d'équipes ? ».*
- « Si vous avez besoin de brouillon, utilisez le cadre ».*

1. Quelle notion mathématique cette activité met-elle en jeu ?
2. Quels sont les objectifs visés ?
3. Pour chaque élève :
  - a) décrire la procédure utilisée ;
  - b) analyser les éventuelles erreurs.

*Elève A*

Ne rien écrire  
dans cette colonne

Exercice 26

Pour organiser un jeu, le maître demande à ses 23 élèves de faire des équipes de 4.

Combien y aura-t-il d'équipes de 4 élèves ?

Réponse : *Il y aura 6 équipes de 4.*

Combien d'élèves ne feront pas partie de ces équipes ?

Réponse : *Il y en a 7.*

1 9 0  
66

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer.



6 7 8 0  
67

*Elève B*

Exercice 26

Pour organiser un jeu, le maître demande à ses 23 élèves de faire des équipes de 4.

Combien y aura-t-il d'équipes de 4 élèves ?

Réponse : Il y aura 5 d'équipes de 4 élèves.

Combien d'élèves ne feront pas partie de ces équipes ?

Réponse : Il y aura 3 élèves qui ne font pas partie de ces équipes.

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer.

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 3 =$$

Ne rien écrire  
dans cette colonne

1 9 0  
66

6 7 8 0  
67

Ne rien écrire  
dans cette colonne

Exercice 26

*Elève C*

Pour organiser un jeu, le maître demande à ses 23 élèves de faire des équipes de 4.

Combien y aura-t-il d'équipes de 4 élèves ?

Réponse : *Il y aura 5<sup>+</sup> équipes* .....

Combien d'élèves ne feront pas partie de ces équipes ?

Réponse : .....

1 9 0  
66

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer.

~~23  
4  
1~~

.....

23  
+ 4  
---  
40

6 7 8 0  
67

Ne rien écrire  
dans cette colonne

Exercice 26

*Elève D*

Pour organiser un jeu, le maître demande à ses 23 élèves de faire des équipes de 4.

Combien y aura-t-il d'équipes de 4 élèves ?

Réponse : *5 équipes*.....

Combien d'élèves ne feront pas partie de ces équipes ?

Réponse : *3 élèves ne feront pas partie de ces équipes*.....

1 9 0  
86

Utilise ce cadre pour dessiner ou calculer.



$4 \times 5 = 20$



8 7 8 0  
87



## DEUXIÈME VOLET

Se référer :

- au document A, *annexes 5 et 6, extrait du manuel "Le nouvel objectif calcul" CE2 de chez Hatier,*
- au document B, *annexes 7 et 8, extrait manuel "Collection Diagonale – Math en flèche " CE2 de chez Nathan.*

1. On s'intéresse à l'ensemble des deux documents :

- a) Quelle est la notion mathématique étudiée ?
- b) Concernant cette notion, quelles sont les compétences exigées à la fin du cycle des approfondissements ?
- c) Quelles propriétés de la symétrie axiale sont utilisées implicitement dans les documents A et B ?

2. On s'intéresse à la partie "Découverte" du document A et à l'*annexe 7* du document B :

a) Document A : "Découverte"

Énoncer les différentes étapes de la démarche proposée.

Quelles difficultés peuvent rencontrer les élèves travaillant sur cette activité ?

b) Document B : *annexe 7*

Énoncer les différentes étapes de la démarche proposée dans l'activité.

Déterminer la cohérence globale de l'*annexe 7* (Activité + Exercice 1) eu égard aux propriétés énoncées au 1 c).

c) À partir de ces deux extraits, énoncer les grandes étapes que vous proposeriez aux élèves pour découvrir cette notion.

3. On s'intéresse à la phase "Exercices" de chacun des documents :

- a) Citer une difficulté spécifique de l'exercice 4 du document B ?
- b) Parmi les 4 exercices du document A et les 5 exercices du document B, choisissez-en trois.  
Indiquer les raisons de votre choix.

49

## Pliages et symétrie

Construire par pliage des figures ayant un ou plusieurs axes de symétrie.



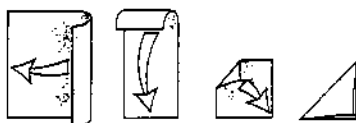
### Découverte

Autrefois, dans l'ancienne Chine, on s'offrait, à l'occasion du Nouvel An chinois, des sortes de « cartes de vœux » découpées dans du papier et on en décorait les murs et les portes des maisons.

Pour réaliser ces cartes, on utilisait souvent le pliage et le découpage.

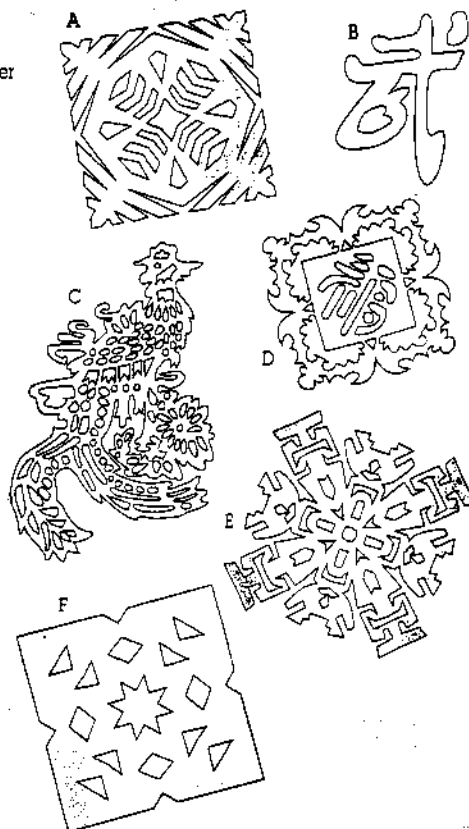
1. Parmi les motifs représentés, quels sont ceux qui ont été réalisés par pliage et découpage ?

2. Prends un carré de papier de 21 x 21 cm. Plie-le en huit comme ci-dessous ; c'est le pliage « rosace ».



Reporte un motif, découpe et déplie. Les lignes de pliage sont des axes de symétrie. Marque-les.

3. Utilise maintenant le pliage rosace pour réaliser la carte F. Découpe, déplie, compare avec le modèle et cherche les découpages oubliés.



AIDE-MÉMOIRE N° 2 - PAGE 183



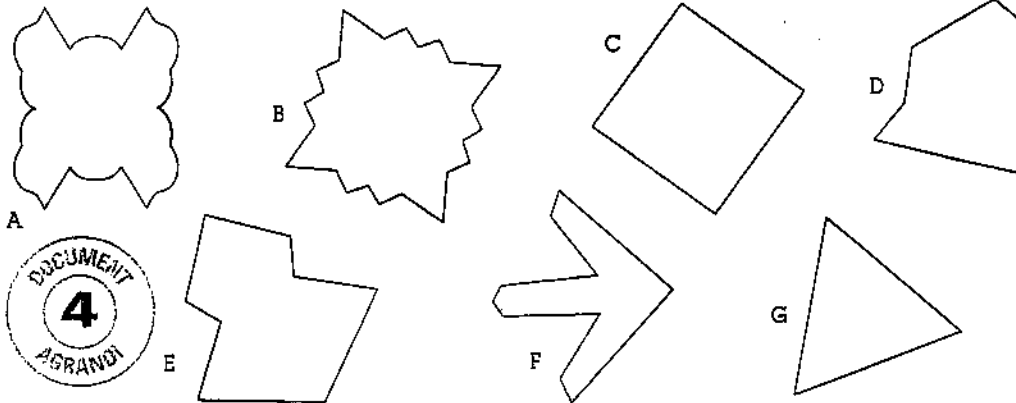
### Exercices et problèmes

**1**

En pliant une feuille de papier une seule fois, trace puis découpe une forme qui, une fois dépliée, te donnera un carré. Avec une autre feuille, procède de la même manière pour obtenir un triangle. Avec une troisième feuille, fais de même pour obtenir un rectangle.

**2**

Décalque les figures agrandies page 190. Trace sur le calque l'axe ou les axes de symétrie de ces figures, s'ils existent. Puis vérifie par pliage.

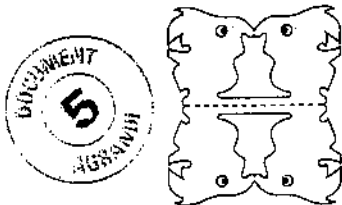


**3**

**Le pélican de Jonathan**

« Le pélican de Jonathan.  
Au matin, pond un œuf tout blanc.  
Et il en sort un pélican  
lui ressemblant étonnamment... »  
(R. Desnos)

a/ Observe le pliage et le découpage réalisés par Bertrand.



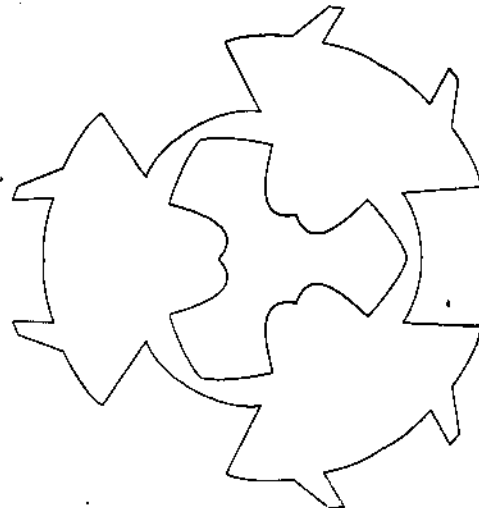
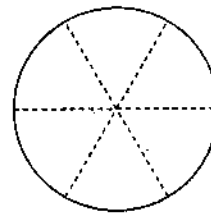
À ton tour, essaie d'obtenir un découpage identique en décalquant le modèle page 191.

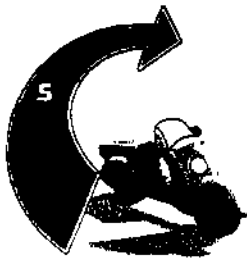
b/ Laurent a fait un pliage en accordéon.  
Il a obtenu une ribambelle de pélicans.  
À ton tour, essaie de réaliser une ribambelle de pélicans.



**4**

Plie en six un disque de papier.  
Utilise-le pour obtenir un découpage qui ressemble à celui-ci.





# Utiliser la symétrie

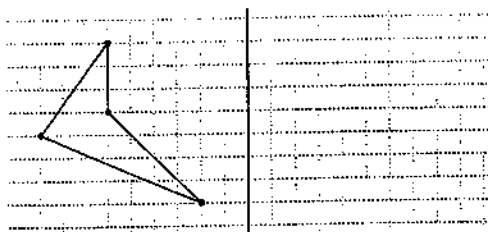
Avec les nombres...  
Réciter des produits de la table de multiplication.



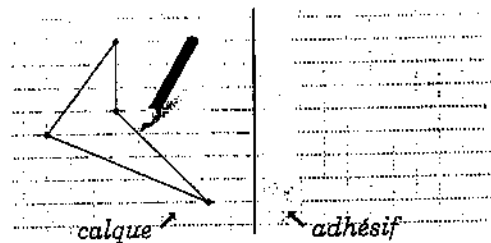
## Activité

Matériel : feuille quadrillée, papier-calque, crayon à papier, règle, adhésif.

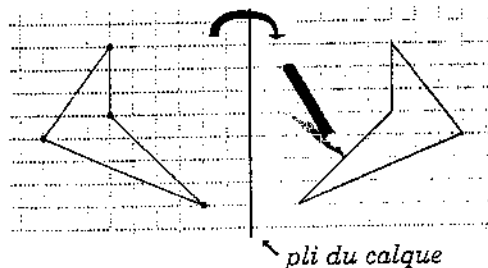
**a** Trace une droite en rouge pour partager en deux parties une feuille quadrillée. Sur la partie gauche, reproduis ce polygone :



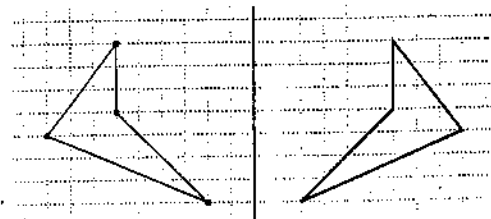
**b** Avec de l'adhésif, fixe un morceau de calque sur la partie gauche de ta feuille. Calque le polygone.



**c** Retourne le calque en le pliant le long de la droite rouge. Repasse sur les tracés du polygone.



**d** Retire le calque et observe les deux polygones. Ils sont **symétriques** par rapport à la droite rouge.



Tu peux le vérifier en pliant la feuille le long de la droite rouge.



## Exercices

En te servant du quadrillage, trace la figure symétrique par rapport à la droite rouge.





2

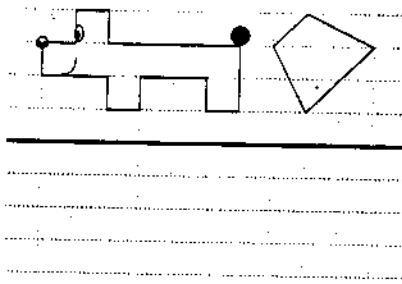
- Recherche les lettres de ce prénom qui ont un axe de symétrie.
- Reproduis chacune de ces lettres sur un quadrillage. Trace en rouge les axes de symétrie.

ALINE



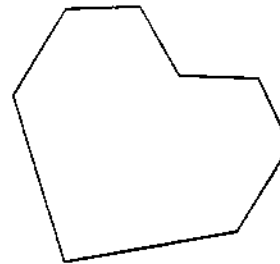
3

Trace les deux figures symétriques par rapport à la droite bleue.



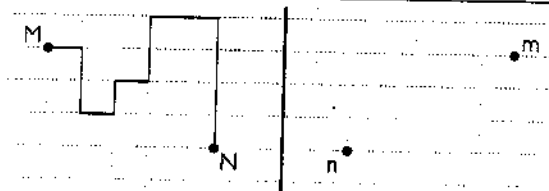
4

Reproduis cette figure sur un calque. Cherche l'axe de symétrie et vérifie en pliant.



5

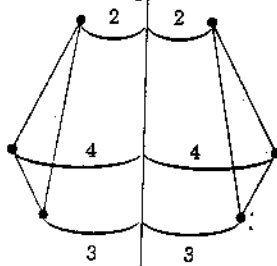
Reproduis le chemin rouge. Trace et code le chemin symétrique qui va de m à n.



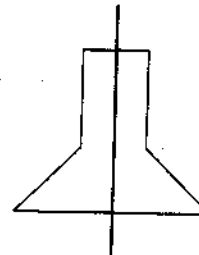
Je retiens bien

axe de symétrie

La symétrie



Ces deux figures peuvent coïncider par pliage : elles sont symétriques.



Cette figure a un axe de symétrie.