

**CONCOURS EXTERNE DE RECRUTEMENT
DE PROFESSEURS DES ECOLES
SESSION 2001**

EPREUVE D'ADMISSIBILITE

MATHEMATIQUES

DUREE 3 HEURES

Coefficient : 4

Note éliminatoire : 5/20

La calculatrice est autorisée.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des explications interviendront dans l'appréciation des copies.

Le sujet que vous avez à traiter comporte 8 pages, numérotées de 1 à 8.

Assurez-vous que cet exemplaire est complet ; dans le cas contraire, demandez un nouvel exemplaire au responsable de la salle.

L'épreuve doit être traitée sur les feuilles de copie qui vous sont fournies.

Votre identité ne doit figurer que sur la partie supérieure de la bande en-tête des copies mises à votre disposition. Toute mention d'identité portée sur toute autre partie que vous remettrez en fin d'épreuve entraînera l'annulation de celles-ci.

PREMIER VOLET (12 points)

Première épreuve (8 points)

Exercice 1 (2 points)

Un nombre de trois chiffres est tel que :

- la différence entre ce nombre et le nombre retourné est 297,
- la somme des trois chiffres est 11,
- la somme du triple du chiffre des centaines et du double du chiffre des dizaines est 22.

Trouver ce nombre.

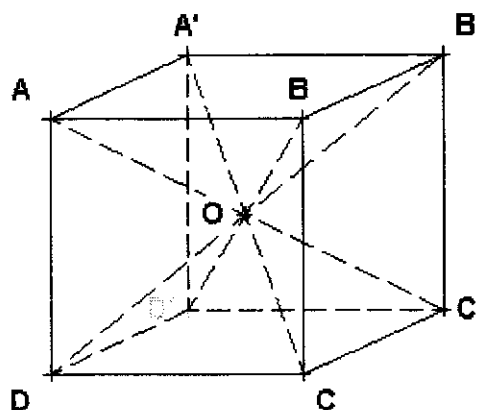
(Indication : si, par exemple, le nombre était 231 le nombre retourné serait 132.)

Exercice 2 (2 points)

$ABB'A'DCC'D'$ est un cube.

Chacune de ses arêtes mesure 4cm.

Le point O est le centre de ce cube.



- Dessiner en vraie grandeur un patron de la pyramide $OABB'A'$. (Préciser les longueurs des segments tracés.)
- Sans utiliser de formule de calcul de volume autre que celle qui donne le volume d'un cube, calculer le volume de la pyramide $OABB'A'$. (En donner une valeur approchée au mm^3 près.)

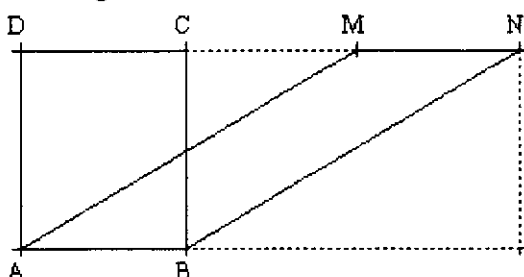
Exercice 3 (4 points)

1. ABCD est un rectangle.

- M est un point du segment $[DC]$ et N est le point de la droite (DC) tel que $ABNM$ est un parallélogramme. Réaliser une figure.

Sans utiliser de formule de calcul d'aire, montrer que les quadrilatères ABCD et ABNM ont même aire.

- b) Sur la figure ci-dessous, M et N sont des points de (DC) et ABNM est un parallélogramme.



Sans utiliser de formule de calcul d'aire, montrer que les quadrilatères ABCD et ABNM ont même aire.

(Indication : on peut nommer K le projeté orthogonal de N sur (AB) et exprimer de deux manières différentes l'aire du rectangle AKND comme somme d'aires de polygones de la figure.)

- c) Construire un parallélogramme dont l'aire soit 1cm^2 et dont le périmètre soit supérieur à 20cm . Indiquer le procédé utilisé et justifier que le parallélogramme construit vérifie les conditions indiquées.

Pourrait-on construire un parallélogramme dont l'aire soit 1cm^2 et dont le périmètre soit supérieur à 1m ? Si oui, comment ? Si non, pourquoi ?

2. La lettre p représente un nombre strictement positif donné et ABCD est un rectangle dont le périmètre exprimé en centimètres est $2p$.

On nomme a la mesure exprimée en centimètres de l'un des côtés du rectangle ABCD.

- a) Montrer que l'aire S du rectangle ABCD, exprimée en centimètres carrés,

est :
$$S = \frac{p^2}{4} - \left(a - \frac{p}{2}\right)^2.$$

- b) Démontrer que : parmi tous les rectangles de périmètre $2p$, le carré de côté $p/2$ est celui dont l'aire est la plus grande.

Deuxième épreuve (4 points)

Analyse des travaux individuels produits par quatre élèves A, B, C et D d'une même classe de CE2 lors de l'évaluation nationale de début d'année (année 1994).

Se référer à l'annexe 1 (page 5) qui fournit des extraits des cahiers d'évaluation complétés par ces quatre élèves.

1. Quelles compétences peuvent être évaluées grâce à cet exercice ?
2. Pour chaque élève :
 - préciser ce que la réponse fournie permet de présumer quant à sa maîtrise de chacune des compétences citées à la question précédente,
 - analyser les erreurs lorsque cela est possible.
3. Peut-on affirmer que les élèves A, B et D ne savent pas ce qu'est un triangle ? Pourquoi ?

SECOND VOLET (8points)

Se référer à l'annexe 2 (pages 6 à 8) : extraits (pages 6 et 7) d'un manuel élève de la collection THEVENET et (page 8) du livre du maître correspondant (éditions Bordas 1996).

1) On s'intéresse à l'ensemble de l'extrait du manuel élève. (pages 6 et 7)

- a) A quel niveau d'enseignement correspond ce document ?
- b) Quelles sont les notions minimum que les élèves doivent maîtriser pour aborder cet ensemble d'exercices ?

2) On s'intéresse aux activités de la partie « Je découvre » du manuel élève.

- a) Activité 1.
 - Quelle est la part de l'activité de l'élève ?
 - La dernière question est : " Que remarques-tu?" .
 - D'après le livre du maître énoncer la réponse attendue pour cette question.
 - Proposer une ou des consignes qui permettraient de guider les élèves vers cette réponse.
- b) Activité 2, question a.
Imaginer deux solutions d'élèves qui pourraient être validées.

3) On s'intéresse aux exercices 1, 2 et 4 de la partie intitulée « Je m'entraîne » du manuel élève.

- a) En quoi ces exercices 1, 2 et 4 sont-ils complémentaires ? Indiquer les apports de chacun.
- b) Quelles conclusions pourrait-on faire formuler aux élèves après qu'ils aient traité ces trois exercices ?

4) On s'intéresse à de possibles prolongements.

Proposer un énoncé d'exercice qui mette en jeu simultanément les trois notions de proportionnalité, d'aire et de périmètre d'un rectangle ou d'un carré.

Consigne écrite :

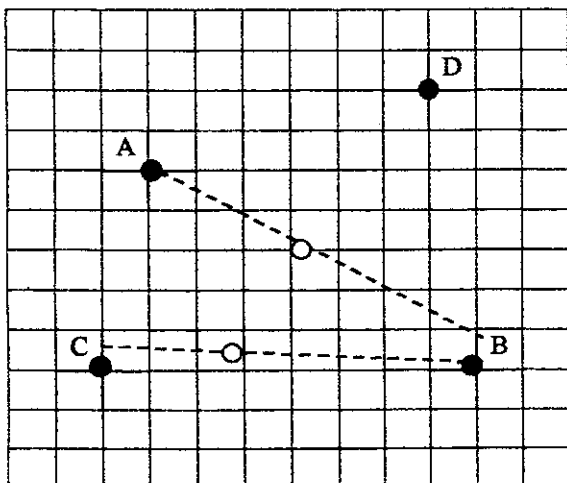
Trace le triangle ABC

Place le point I au milieu de BC

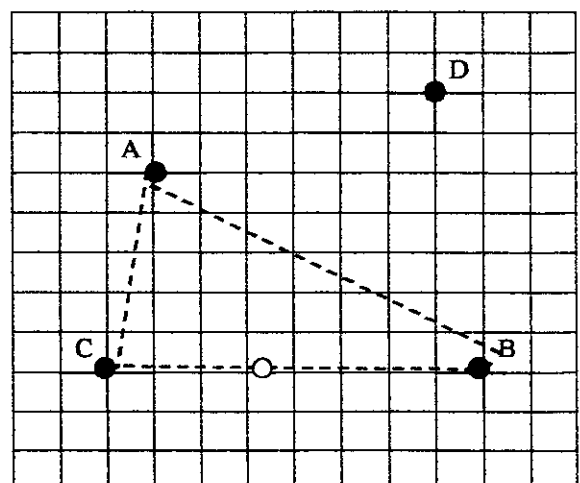
Indications techniques :

- Sur les dessins, les points ● étaient représentés.
- Les traits pointillés indiquent exactement les traits réalisés par les élèves.
- Les points ○ représentent ce que les élèves ont fait quand il a fallu placer le point I.

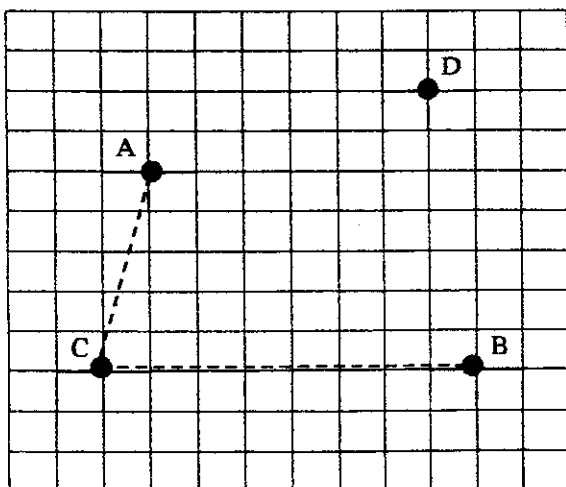
Elève A



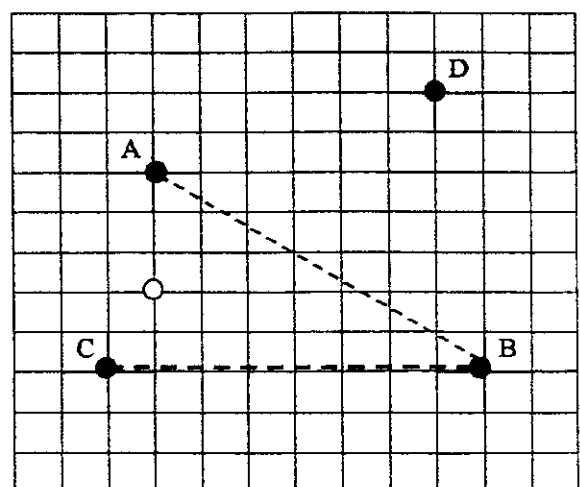
Elève C



Elève B



Elève D

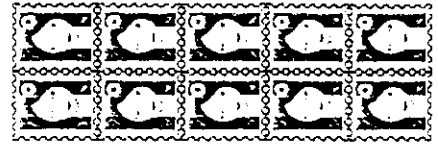




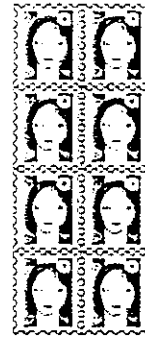
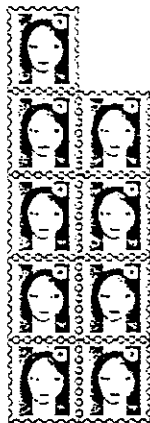
56. Aires et périmètres

JE DÉCOUVRE

1. a) Voici une planche de 10 timbres :
Chaque timbre est un rectangle de 4 cm sur 3 cm.
Calcule l'aire et le périmètre de cette planche de timbres.

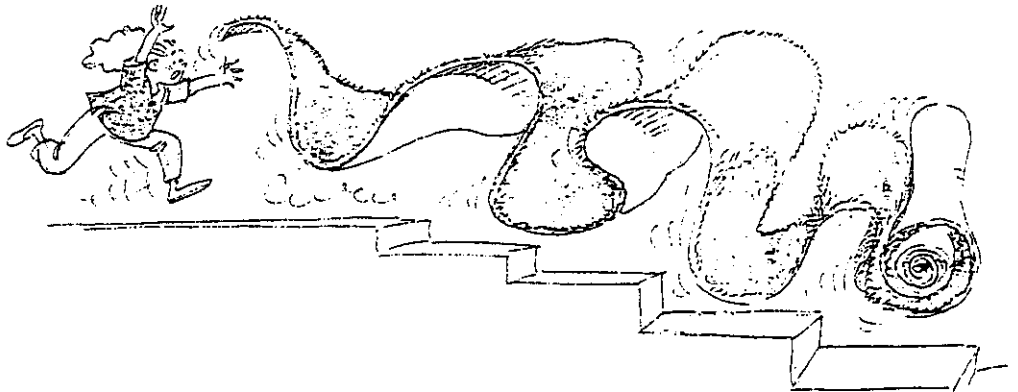
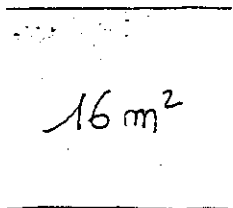


b) On a détaché des timbres.
Calcule l'aire et le périmètre des figures suivantes.

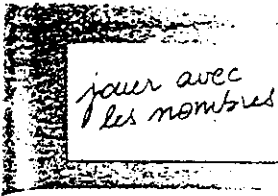


Que remarques-tu ?

2. Morgane veut poser de la moquette bleue marine dans sa chambre. La pièce est un rectangle de largeur 3 m 20 et d'aire 16 m^2 .



- La longueur de la chambre représente un nombre entier de mètres. Calcule cette longueur.
- La moquette que Morgane a choisie mesure 4 m de large. Elle pense d'abord qu'il lui suffit d'acheter un carré de 4 m de côté. À l'aide d'un schéma, explique pourquoi cet achat ne conviendra pas.
- Imagine la découpe que le poseur de moquette proposera pour qu'il y ait le moins de perte possible.
(Présente les résultats dans un schéma.)
- On fixe la moquette avec du ruban adhésif vendu par rouleau de 5 m de long. Combien faudra-t-il acheter de rouleaux pour coller tous les bords ?



Multiplier par 10, 100, 1 000 les nombres suivants :
2,45 0,546 5,348 0,897 0,065 12,003.

JE M'ENTRAÎNE



1. Voici les dimensions de trois rectangles :

R_1 de longueur 11 cm et de largeur 1 cm,

R_2 de longueur 10 cm et de largeur 2 cm,

R_3 de longueur 9 cm et de largeur 3 cm.

a) Trouve la règle et déduis-en les dimensions des rectangles R_4 , R_5 et R_6 .

b) Complète le tableau suivant :

rectangles	longueur	largeur	périmètre	aire
R_1	11 cm	1 cm	24 cm	11 cm ²
R_2	10 cm	2 cm
R_3	9 cm	3 cm
R_4
R_5
R_6

Que remarques-tu ? Quel rectangle a la plus grande aire ?

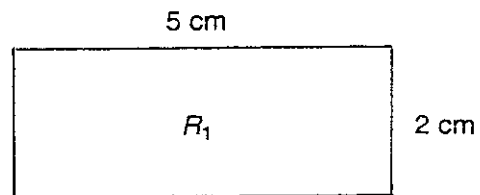
2. a) Trouve trois rectangles différents ayant le même périmètre 16 cm.

Représente-les sur ton cahier.

Ont-ils la même aire ?

b) Parmi tous les rectangles de périmètre 16 cm, peux-tu trouver celui dont l'aire est la plus grande ?

4. Voici un rectangle R_1 .



a) Quel est le périmètre de R_1 ? l'aire de R_1 ?

b) Peux-tu trouver un rectangle R_2 dont le périmètre soit plus grand que celui de R_1 et l'aire plus petite que celle de R_1 ?

période
4

56. Aires et périmètres

*jouer avec
les nombres*

Multiplier par 10, 100, 1 000 les nombres suivants :
2,45 0,546 5,348 0,897 0,065 12,003.

OBJECTIFS

- différencier la notion d'aire et celle de périmètre;
- comparer des aires;
- reconnaître que deux surfaces de formes différentes mais composées des mêmes éléments ont la même aire.

MATÉRIEL

- planche de timbres (ou plaque de chocolat).

DÉROULEMENT

Manuel de l'élève pp. 126-127.

*travail individuel
d'observation*

Première phase : découverte

Activité 1

On veut faire varier périmètre et aire de la planche en en détachant certains timbres et lutter contre la tendance à penser qu'aire et périmètre d'une figure plane varient dans le même sens.

- Réinvestissement des résultats classiques concernant l'aire et le périmètre d'un rectangle.
- Après une phase de recherche, procéder à la mise en commun des résultats et faire formuler la démarche.

Situation 1 : on diminue l'aire sans changer le périmètre de la planche initiale.

Situations 2 et 4 : on diminue l'aire en augmentant le périmètre de la planche initiale.

Situation 3 : on diminue l'aire en diminuant le périmètre de la planche initiale.

Activité 2

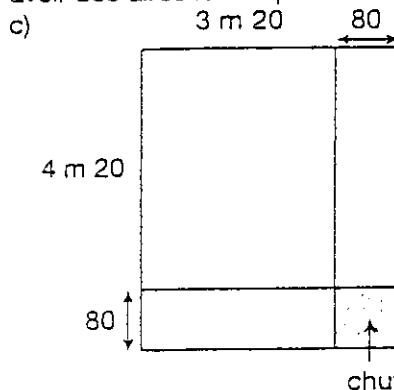
- Reprise du résultat $sl = L \times \ell$.

On demande ici de trouver la longueur L connaissant l'aire et la largeur. On est amené à résoudre l'équation :

$$16 = 3,2 \times L.$$

La précision L est un entier, permet aux élèves, en l'absence de maîtrise calculatoire sur les décimaux, de procéder par essais successifs.

- Rappel sur un cas concret : des surfaces de formes différentes peuvent avoir des aires identiques.



- Après le calcul du périmètre de la pièce, recherche d'un quotient par excès.